ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2013
Môn : TOÁN; khối B

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi m = -1.

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị *A* và *B* sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng y = x + 2.

Câu 2 (1,0 điểm) Giải phương trình $\sin 5x + 2\cos^2 x = 1$

Câu 3 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 \\ 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+4y} \end{cases}$ (x,y∈R)

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{2 - x^2}\,dx.$

Câu 5 (1,0 điểm) Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tính của khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

Câu 6 (1,0 điểm) Cho *a, b, c là* các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 4}} - \frac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}.$$

II. PHẦN RIÊNG (*3,0 điểm*) : *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình thang cân ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau và AD = 3BC. Đường thẳng BD có phương trình x + 2y – 6 = 0 và tam giác ABD có trực tâm là H (-3; 2). Tìm tọa độ các đỉnh C và D.

Câu 8.a (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A (3; 5; 0) và mặt phẳng (P) : 2x + 3y – z – 7 = 0. Viết phương trình đường thẳng đi qua A vuông góc với (P). Tìm tọa độ điểm đối xứng của A qua (P).

Câu 9.a (1,0 điểm) Có hai chiếc hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi, tính xác suất để 2 viên bi được lấy ra có cùng màu.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc A là D (5; 3) và trung điểm của cạnh AB là M (0; 1). Tìm tọa độ đỉnh C.

Câu 8.b (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm *A*(1; -1; 1), B (-1;2;3) và đường thẳng Δ : $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua *A*, vuông góc với hai đường thẳng qua AB và Δ.

Câu 9.b (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ 2\log_3(x-1) - \log_{\sqrt{3}}(y+1) = 0 \end{cases}$

Bài giải

Câu 1:

a) m= -1, hàm số thành : y = $2x^3$ - 6x. Tập xác định là R.
y’ = $6x^2$ – 6; y’ = 0 ⇔ x = ±1; y(-1) = 4; y(1) = -4

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$

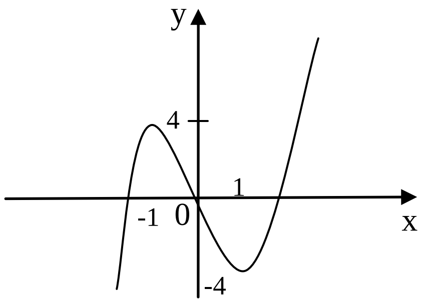
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y’		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	↗	4 CĐ	↘	-4 CT	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$; $(1; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên (-1; 1)

Hàm số đạt cực đại tại x = -1; y(-1) = 4; hàm số đạt cực tiểu tại x = 1; y(1) = -4

y" = 12x; y” = 0 $\Leftrightarrow$ x = 0. Điểm uốn I (0; 0)

Đồ thị :



b) $y' = 6(x^2 - (m + 1)x + m))$,

y có 2 cực trị $\Leftrightarrow$ y’ = 0 có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (m + 1)^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$

$y = \frac{1}{6}(2x-m-1).y' - (m-1)^2x + m^2 + m$

YCBT $\Leftrightarrow -(m-1)^2 = -1$ và $m \neq 1 \Leftrightarrow$ m = 0 hay m = 2.

Câu 2. Giải phương trình:

$\sin 5x + 2\cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin 5x = 1 - 2\cos^2 x = -\cos 2x = \sin(2x - \pi/2)$

$\Leftrightarrow 5x = 2x - \frac{\pi}{2} + k2\pi$ hay $5x = \pi - 2x + \frac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in Z$

$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$ hay $x = \frac{3\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7}$, $k \in Z$

Câu 3 : $\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 & (1) \\ 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+4y} & (2) \end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow$ y = 2x + 1 hay y = x + 1

TH1 : y = 2x + 1. Thế vào (2) ta có :

$f(x) = \sqrt{4x+1} + \sqrt{9x+4} = 3 - 4x = g(x) \quad (x \geq -\frac{1}{4})$

$\Leftrightarrow$ x = 0 (vì f đồng biến, g nghịch biến trên $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. Vậy x = 0 và y = 1.

TH2 : y =x + 1. Thế vào (2) ta có :

$\sqrt{3x+1} + \sqrt{5x+4} = 3x^2 - x + 3 \quad (x \geq -\frac{1}{3})$

$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} + \sqrt{5x+4} = 3(x-1)x + 2x + 3$

$\Leftrightarrow \left[\sqrt{3x+1} - (x+1)\right] + \left[\sqrt{5x+4} - (x+2)\right] = 3(x-1)x$

$\Leftrightarrow \frac{-x^2+x}{\sqrt{3x+1}+(x+1)} + \frac{-x^2+x}{\sqrt{5x+4}+(x+2)} = 3(x^2-x)$

$\Leftrightarrow x^2 - x = 0$ hay $\frac{-1}{\sqrt{3x+1}+(x+1)} + \frac{-1}{\sqrt{5x+4}+(x+2)} = 3$ (VN)

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 1; x = 1 \Rightarrow y = 2$

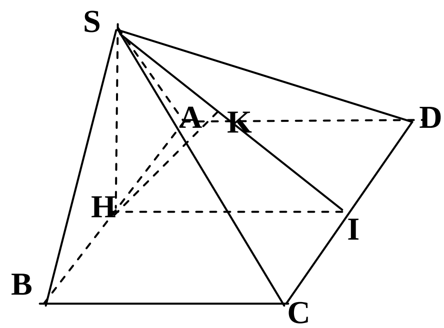
Vậy nghiệm của hệ là (x; y) = (0; 1) hay (x; y) = (1; 2).

Câu 4 : $I=\int_0^1 x\sqrt{2-x^2}dx = -\frac{1}{2}\int_0^1 (2-x^2)^{1/2}d(2-x^2) = -\frac{1}{2}\int_2^1 u^{1/2}du = \frac{1}{2}\int_1^2 u^{1/2}du$

$= \left[\frac{1}{3}u^{3/2}\right]_1^2 = \frac{1}{3}(2\sqrt{2}-1)$ (đặt u = $(2-x^2)$).

Câu 5 : Ta có

$\boldsymbol{SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}\ ;\ V=\frac{1}{3}\left[a^2\right]\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}}$



Xét tam giác vuông SHI

$\boldsymbol{\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{\left[\frac{a\sqrt{3}}{2}\right]^2}+\frac{1}{[a]^2}\Rightarrow HK=\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}}$

Vì AB// CD nên $\boldsymbol{HK=\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}}$ =d(A, SCD)

Câu 6. a + b + c + 2 ≤ $\sqrt{4(a^2+b^2+c^2+4)}$

3(a+b). $\sqrt{(a+2c)(b+2c)} \le (3a+3b).\left(\frac{a+b+4c}{2}\right) \le \frac{1}{2}\left[\frac{4(a+b+c)}{2}\right]^2$ = 2(a + b+c)^2

Vậy $P \le \frac{8}{a+b+c+2}-\frac{27}{2(a+b+c)^2}$. Đặt t = a + b + c, t > 0; $P \le \frac{8}{t+2}-\frac{27}{2t^2}=g(t)$

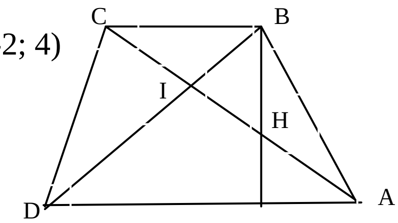
g'(t) = $-\frac{8}{(t+2)^2}+\frac{27}{t^3}$

g'(t) = 0 ⇔ 27(t + 2)^2 – 8t^3 = 0 ⇔ t = 6

t	0		6		+∞
g'(t)		+	0	-	
g(t)		↗	$\frac{5}{8}$	↘	

P ≤ g(t) ≤ $\frac{5}{8}$; maxP = $\frac{5}{8}$ xảy ra khi a = b = c = 2.

Câu 7.a. Gọi I là hình chiếu của H xuống DB dễ dàng tìm được I (-2; 4)



Vì Δ IHB vuông cân tại I có IH = $\sqrt{5}$

Từ phương trình IH = IB = IC ta có điểm B (0; 3) và C (-1; 6)

$\overrightarrow{ID}=-3\overrightarrow{IB}$, ta có D (-8; 7)

Tương tự ta có nghiệm thứ 2 là B (-4; 5) và D (4; 1)

Câu 8.a. Đường thẳng qua A và vuông góc với (P) có VTCP là (2; 3; -1)

Vậy **p**hương trình đường thẳng d qua A là : $\begin{cases} x=3+2t \\ y=5+3t \\ z=-t \end{cases}$

Gọi H là giao điểm của d và (P) ta có H (3 + 2t; 5 + 3t; -t)

H ∈ (P) nên ta có : 2(3 + 2t) + 3(5 + 3t) + t – 7 = 0 ⇔ t = -1 ⇒ H (1; 2; 1)

Gọi A' (x, y, z) là tọa độ điểm đối xứng của A qua (P),

ta có: x = $2x_H - x_A$ = -1; y = $2y_H - y_A$ = -1; z = $2z_H - z_A$ = 2

Tọa độ điểm đối xứng của A qua (P) : (-1; -1; 2).

Câu 9.a. Xác suất để 2 viên bi được lấy ra cùng là bi đỏ là : $\frac{4}{7}.\frac{2}{6}=\frac{4}{21}$

Xác suất để 2 viên bi được lấy ra cùng là bi trắng là : $\frac{3}{7}.\frac{4}{6}=\frac{2}{7}$

Xác suất để 2 viên bi được lấy ra có cùng màu là : $\frac{4}{21}+\frac{2}{7}=\frac{10}{21}$.

Câu 7.b. Phương trình BC : 2x – y – 7 = 0; phương trình AH : x + 2y – 3 = 0

A $\in$ AH $\Rightarrow$ A (3 – 2a; a) $\Rightarrow$ B (2a – 3; 2 – a)

$\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{HB}=0$ $\Rightarrow$ a = 3 $\Rightarrow$ A (-3; 3); B (3; -1)

Phương trình AD : y = 3 $\Rightarrow$ N (0; 5) là điểm đối xứng của M qua AD $\Rightarrow$ N $\in$AC

$\Rightarrow$ Phương trình AC : 2x – 3y + 15 = 0 và phương trình BC : 2x – y – 7 = 0

$\Rightarrow$ C (9; 11).

Câu 8.b. $\overrightarrow{AB}$ = (-2; 3; 2), VTCP của Δ là $\vec{a}$ = (-2; 1; 3)

1 VTCP của đường thẳng d đi qua A và vuông góc với Δ là $\vec{n}$ = (7; 2; 4)

Vậy phương trình đường thẳng d là : $\begin{cases} x=1+7t \\ y=-1+2t \\ z=1+4t \end{cases}$

Câu 9.b. $\begin{cases} x>1, y>-1 \\ \log_3(x-1)=\log_3(y+1) \\ y=x-2 \\ x^2+2(x-2)-4x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1, y>-1 \\ y=x-2 \\ x^2-2x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

Trần Minh Thịnh, Trần Văn Toàn, Lưu Nam Phát, Lê Ngô Thiện
(Trung tâm LTĐH Vĩnh Viễn – TP.HCM)